

《剛体の運動》

1 剛体にはたらく力

(1) 並進運動・回転運動

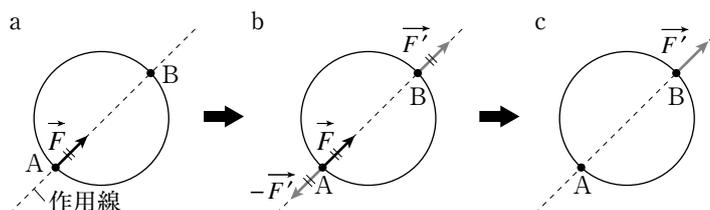
力を加えても変形しない理想的な物体(剛体)の運動は、次の2つの運動の組み合わせで表される。

並進運動：平行移動

回転運動：ある点のまわりの回転

(2) 作用点と作用線

剛体にはたらく力の効果は、大きさ・向き・作用線によって決まる。はたらく力の作用点は、作用線上で移動させてもその効果は変わらない。



▲ 力の移動

2 力のモーメント

(1) 力のモーメントの表し方

力のモーメントとは、剛体がある点のまわりに回転させようとする能力の大きさを表す。

① 剛体に大きさ F の力がはたらいているとき、力のモーメントは、ある点 O からこの力の作用線までの距離(うでの長さ) l [m] とこの力の大きさ F との積で表される。

$$M = Fl$$

M [N・m] : 力のモーメント, F [N] : 力の大きさ, l [m] : うでの長さ

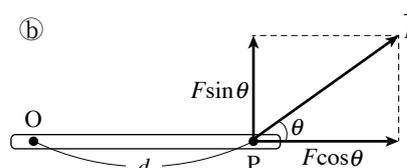
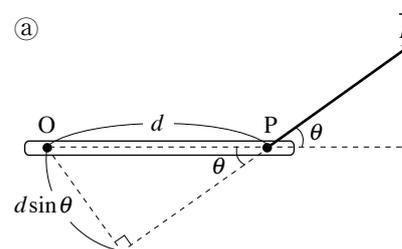
図①において, $l = d \sin \theta$

よって, $M = F \cdot d \sin \theta$

② 力のモーメントは、力 \vec{F} を2つの成分に分けて、支点から作用点の向きに垂直な成分の大きさと、うでの長さの積でも表される。図②において、力の OP に垂直な成分の大きさ $= F \sin \theta$

よって, $M = F \sin \theta \cdot d$

力のモーメントは、①, ②のどちらで求めてもよい。



▲ 力のモーメント

(2) 合力のモーメント

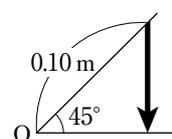
剛体に複数の力がはたらいている場合、それらの合力のモーメントはそれぞれの力のモーメントの和で求められる。

[例題]

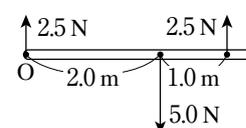
次の問いに答えよ。ただし, $\sqrt{2} = 1.4$ とする。

(1) 図1のように、点 O から 0.10 m のところに 15 N の力を加えるとき、点 O のまわりの力のモーメントの大きさはいくらか。

(2) 図2のように、軽い棒に3つの力がはたらいている。このとき、点 O のまわりの力のモーメントの和は何 $N \cdot m$ か。反時計回りを正とする。



▲ 図1



▲ 図2

[解答・解説]

(1) 点Oから力の作用線までの距離は、 $0.10 \times \cos 45^\circ = \frac{1}{10\sqrt{2}} \text{ m}$

よって、点Oのまわりの力のモーメントの大きさは、 $15 \times \frac{1}{10\sqrt{2}} \doteq 1.1 \text{ N}\cdot\text{m}$

(2) 3つの力によるモーメントは、それぞれの力のモーメントの和で求められる。よって、棒にはたらく点Oのまわりの力のモーメントの和は、

$$-2.0 \times 5.0 + 0 \times 2.5 + 3.0 \times 2.5 = -2.5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

3 剛体のつりあいの条件

剛体の運動は並進運動・回転運動の2つの組み合わせであるので、つりあいの条件も以下の2つが必要である。

・並進運動をしないために、はたらく力のベクトルの和が $\vec{0}$ となる

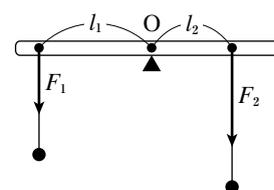
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \vec{0}$$

・回転運動をしないために、任意の点のまわりの力のモーメントの和が0となる

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots = 0$$

[例題]

図のように、軽い棒におもりを下げたとき、棒が静止していた。 $l_1 = 0.50 \text{ m}$ 、 $l_2 = 0.20 \text{ m}$ 、 $F_1 = 6.0 \text{ N}$ とすると、 F_2 の大きさを求めよ。また、支点Oにはたらく力の大きさを求めよ。



[解答・解説]

棒は回転していないことから、モーメントのつりあいの式、 $F_1 l_1 = F_2 l_2$ が成り立つ。

$$6.0 \times 0.50 = F_2 \times 0.20$$

よって、 $F_2 = 15 \text{ N}$

また、並進運動もしていないので、はたらく力もつり合っている。点Oにはたらく力の大きさを R とすると、

$$R = F_1 + F_2$$

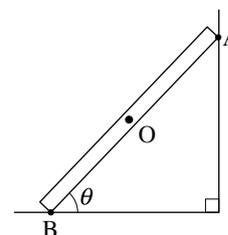
よって、 $R = 6.0 + 15 = 21 \text{ N}$

[練習しよう]

図のように、壁に棒を立てかけた。棒の長さを $2L$ 、棒と床とのなす角は θ とすると、次の問いに答えよ。

(1) 点Oまわりの力のモーメントを考えると、重力の力のモーメントはいくらか。

(2) 壁からの垂直抗力を R とすると、壁からの垂直抗力のモーメントの大きさを求めよ。



解答

(1) 0 (2) $RL \sin \theta$

(1) 重力の作用点は点Oであるから、点Oと作用線との距離は0。
よって、点Oのまわりの重力による力のモーメントは0。

(2) 壁からの垂直抗力の作用線と点Oとの距離は $L \sin \theta$ であるので、求める力のモーメントの大きさは $RL \sin \theta$

