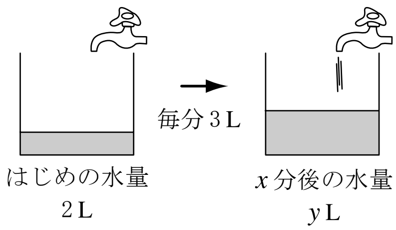
重要ポイント

《1.　１次関数》

はじめに2Lの水が入っている水そうに，毎分3Lずつ水を入れる。
このとき，x分後の水量をyLとすると，
(x分後の水量)＝(x分間に入れた水の量)＋(はじめの水量)だから，
xとyの関係は，$y = 3x + 2$　と表すことができる。
このように，$\boldsymbol{y = ax + b}$(a，bは定数，$a \neq 0$)の形で表されるとき，
yはxの１次関数であるという。



例題1

次の(1)～(5)のうち，yがxの1次関数であるものはどれか答えなさい。

(1) 半径$x$cmの円の面積$y$cm^2 (円周率はπを用いる)
(2) 1個150円のケーキx個を30円の箱につめたときの代金の合計y円
(3) 50gのかごに1個180gのボールをx個入れたときの全体の重さyg
(4) 5mのリボンをx人で等しくわけたときの1人分のリボンの長さym
(5) 時速40kmで進む車がx時間に進む距離$y$km

解答

xとyの関係を式で表す。

(1) (円の面積)＝π×(半径)^{2}だから，$y = \pi x^2$
(2) (代金)＝(ケーキ代)＋(箱代)だから，$y = 150x + 30$
(3) (全体の重さ)＝(ボールの重さ)＋(かごの重さ)だから，$y = 180x + 50$
(4) (1人分の長さ)＝(リボン全部の長さ)÷(人数)だから，$y = 5 \div x$，$y = \dfrac{5}{x}$
(5) (距離)＝(速さ)×(時間)だから，$y = 40x$

よって，yがxの1次関数であるものは，(2)，(3)，(5)
注：(5)のように、$y = ax$となる比例の関係は，1次関数の$b = 0$の場合である。

《2.　変化の割合》

右の表は，1次関数$y = 2x + 3$のxとyの対応表である。
この表から，xの値が1ずつ増加すると
対応するyの値は2ずつ増加することがわかる。

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-1	1	3	5	7	9	11	13

また，xの値が0→2のとき，yの値は3→7
(xの増加量2)　(yの増加量4)
xの値が0→4のとき，yの値は3→11
(xの増加量4)　(yの増加量8)

どちらも $\dfrac{\boldsymbol{y}\textbf{の増加量}}{\boldsymbol{x}\textbf{の増加量}}$ ＝2となる。
これを**変化の割合**という。

↓

xの値がどの値からどれだけ増加しても，変化の割合は一定。
すなわち，**1次関数$y = ax + b$の変化の割合は一定で，xの係数aに等しい。**

ポイント

変化の割合＝$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})} = a$

※左の式から，
(yの増加量)＝a×(xの増加量)が成り立つ。

例題2

右の表は $y = 4x - 1$ の x と y の対応表である。
これを見て，x の値が１増えるときの y の増加量はいくつか答えなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y	-9	-5	-1	3	7

解答

x の値が１ずつ増加すると，対応する y の値は４ずつ増加している。
よって，y の増加量は　4

例題3

次の１次関数の変化の割合を求めなさい。

(1) $y = 7x + 5$　(2) $y = \frac{1}{2}x + 3$　(3) $y = x - 9$
(4) $y = -x + 1$　(5) $x + y = 15$　(6) $3y - 2x = 6$

解答

変化の割合は x の係数 a に等しい。

(1) 7　(2) $\frac{1}{2}$　(3) 1　(4) -1
(5) $x + y = 15$，$y = -x + 15$ だから，変化の割合は -1
(6) $3y = 2x + 6$，$y = \frac{2}{3}x + 2$ だから，変化の割合は $\frac{2}{3}$

例題4

１次関数 $y = 3x + 2$ において，x の値が０から３まで増加するとき，次の問いに答えなさい。

(1) x の増加量を求めなさい。　(2) y の増加量を求めなさい。
(3) 変化の割合を求めなさい。

解答

(1) $3 - 0 = 3$
(2) $y = 3x + 2$ に $x = 0$，$x = 3$ をそれぞれ代入すると，$y = 2$，$y = 11$ となるから，
　$11 - 2 = 9$
(3) 変化の割合 $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \dfrac{9}{3} = 3$　〈または，x の係数より 3〉

例題5

１次関数 $y = -5x + 2$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 変化の割合を求めなさい。　(2) x の増加量が２のとき，y の増加量を求めなさい。

解答

(1) -5
(2) (y の増加量) $= a \times$ (x の増加量) だから，$-5 \times 2 = -10$

数学	数学２年／１次関数と変化の割合	ラーニング　3

【練習しよう】

1　次のうち，y が x の１次関数であるものを選びなさい。

(1)　身長が x cm の人の体重 y kg
(2)　1 辺の長さ x cm の正方形の周の長さ y cm
(3)　1 個 50 円のお菓子 x 個を 10 円の箱につめたときの値段 y 円
(4)　3 L の水を x 人でわけたときの 1 人分の水の量 y L

2　1 次関数 $y = 3x - 2$ の x と y の対応表を見て，x の値が 1 増えるときの y の増加量を答えなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-5	-2	1	4

3　次の 1 次関数の変化の割合を求めなさい。

(1)　$y = 8x + 2$　　(2)　$y = x + 5$　　(3)　$y = \frac{2}{3}x + 7$
(4)　$x + y = 4$　　(5)　$3x + 5y = 10$

4　1 次関数 $y = 2x + 1$ において，x の値が 1 から 3 まで増加するとき，次の問いに答えなさい。

(1)　x の増加量を求めなさい。
(2)　y の増加量を求めなさい。
(3)　変化の割合を求めなさい。

5　1 次関数 $y = -4x + 3$ について，次の問いに答えなさい。

(1)　変化の割合を求めなさい。
(2)　x の増加量が 2 のとき，y の増加量を求めなさい。

解答

1 (2)，(3)　　2　3
3 (1)　8　(2)　1　(3)　$\frac{2}{3}$　(4)　-1　(5)　$-\frac{3}{5}$
4 (1)　2　(2)　4　(3)　2　　5 (1)　-4　(2)　-8